

ЗАДАЧА СМЕНЫ ЭШЕЛОНА ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ ВРЕМЕНИ ЗАВЕРШЕНИЯ МАНЕВРА

О.Г. Андрианова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва

karsettt@yandex.ru

Введение

Исследуется задача автоматического построения пространственной траектории, по которой возможно движение беспилотного летательного аппарата при заданных ограничениях на состояние и управления.

Одним из типовых маневров является смена эшелона. При больших значениях дальности удобно включать в траекторию прямолинейный участок, по которому происходит равномерное прямолинейное движение. В данном случае траектория состоит из двух фрагментов. На первом фрагменте планируется изменение высоты полета и скорости, на втором обеспечивается равномерное прямолинейное движение. В свете вышесказанного решается задача нахождения промежуточной точки, в которой завершается маневр изменения высоты, и времени ее прохождения.

На основании полученных зависимостей времени перелета от высоты подъема при заданных начальной и конечной скоростях построена база типовых маневров. Полученная база позволяет найти время завершения маневра для любой допустимой высоты.

1. Математическая модель системы

Движение летательного аппарата в общем случае описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (n_x - \sin \theta)g, & \dot{H} &= V \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{(n_y \cos \gamma - \cos \theta)g}{V}, & \dot{L} &= V \cos \theta \cos \psi, \\ \dot{\psi} &= -\frac{n_y g \sin \gamma}{V \cos \theta}, & \dot{Z} &= -V \cos \theta \sin \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – путевая скорость, м/с; θ – угол наклона траектории, рад; ψ – угол курса, рад; H – высота, м; L – продольная дальность, м; Z – боковая дальность, м; n_x – продольная перегрузка; n_y – поперечная перегрузка; γ – угол крена, рад; g – ускорение свободного падения.

Для случая смены эшелона система (1) упрощается и представляется в виде:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (n_x - \sin \theta)g, & \dot{H} &= V \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{(n_y - \cos \theta)g}{V}, & \dot{L} &= V \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Вектор состояния имеет вид: $X = (V, \theta, H, L)$. В качестве вектора управления выберем $U = (n_x, n_y)$. Ограничения на состояние и управления зададим в виде:

$$D_x = \left\{ V \in [V_{\min}, V_{\max}], \quad |\theta| < \frac{\pi}{2}, \quad H \in [H_{\min}, H_{\max}], \quad L \in [L_{\min}, L_{\max}] \right\}, \quad (3)$$

$$D_u = \left\{ n_x \in [n_{x,\min}, n_{x,\max}], \quad n_y \in [n_{y,\min}, n_{y,\max}] \right\}.$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} X(t_0) &= (V^*, 0, H^*, 0), & U(t_0) &= (0, 1), \\ X(t_1) &= (V^*, 0, H^* + \Delta H, L^*), & U(t_1) &= (0, 1), \end{aligned} \quad (4)$$

где t_1 и L^* подлежат определению.

2. Программная траектория как функция от времени

Запишем систему дифференциальных уравнений (2) в каноническом виде:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= -g + v_1 g \sin \theta + v_2 g \cos \theta, \\ \ddot{y}_2 &= v_1 g \cos \theta - v_2 g \sin \theta, \end{aligned} \quad (5)$$

где $y_1 = H$, $y_2 = L$, $v_1 = n_x$, $v_2 = n_y$.

Программную траекторию зададим в виде полиномов так, чтобы граничные условия (4) были выполнены. Предполагаем, что движение начинается и заканчивается равномерным прямолинейным.

$$\begin{aligned} y_1(t) = H(t) &= H^* + \frac{10\Delta H}{T^3}(t-t_0)^3 - \frac{15\Delta H}{T^4}(t-t_0)^4 + \frac{16\Delta H}{T^5}(t-t_0)^5, \\ y_2(t) = L(t) &= V^*(t-t_0) + \frac{10(L^* - V^*T)}{T^3}(t-t_0)^3 - \frac{15(L^* - V^*T)}{T^4}(t-t_0)^4 + \frac{16(L^* - V^*T)}{T^5}(t-t_0)^5, \end{aligned} \quad (6)$$

$$T = t_1 - t_0.$$

3. Алгоритм определения t_1 и L^*

1) Зададим начальные приближения t_1 и L^* :

$$L_0^* = H^*, \quad t_{10} = \frac{H^*}{V_{\max}}.$$

2) Строим программную траекторию.

3) Проверяем, выполняются ли ограничения на состояние и управления (3).

4) Если нет, то увеличиваем t_1 и L^* .

Найденное по данному алгоритму время перелета является наименьшим, но не всегда оптимальным для совершения маневра. Например, при небольшой дальности полета может возникнуть сильные колебания скорости. Чтобы избежать колебаний скорости введем дополнительно следующий критерий выбора времени t_1 :

$$\Delta V \rightarrow \min, \quad \Delta V = \max(V) - \min(V). \quad (7)$$

На рис. 1 синим показана зависимость скорости от времени с учетом критерия выбора времени перелета (7), $t_1 = 52.2$ с; зеленым – зависимость скорости от времени без учета критерия выбора, $t_1 = 42.2$ с.

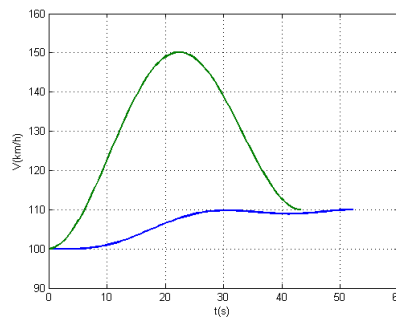


Рис. 1. Зависимость скорости от времени

4. Программные управления

После нахождения времени и дальности перелета подставим $y_1(t)$, $y_2(t)$ из уравнений (6) в уравнения (5) и получим в явном виде программные управления:

$$v_1(t) = \frac{(\ddot{y}_1 + g) \sin \theta + \ddot{y}_2 \cos \theta}{g},$$

$$v_2(t) = \frac{(\ddot{y}_1 + g) \cos \theta - \ddot{y}_2 \sin \theta}{g}. \quad (8)$$

5. Сравнение планируемой скорости и скорости движения

На левом графике рис. 2 показана программная траектория. На правом: зеленым показана скорость, полученная после интегрирования системы (2) с учетом программных управлений (8), синим – планируемая скорость.

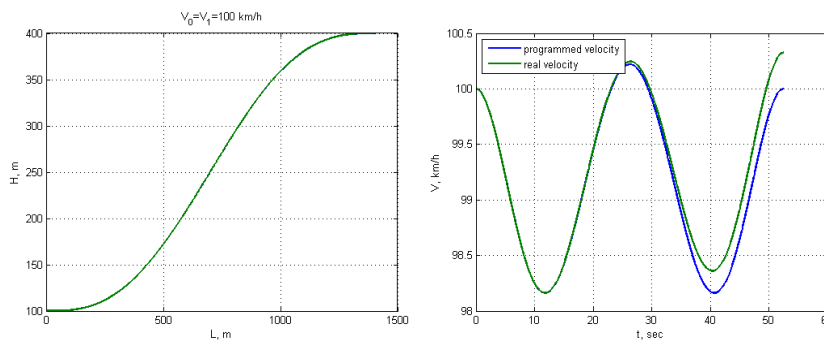


Рис. 2. Программная траектория и скорость

6. Программная траектория, состоящая из двух фрагментов

На рис. 3 и рис. 4 показаны характеристики движения в случае, когда программная траектория состоит из участка подъема и равномерного прямолинейного движения.

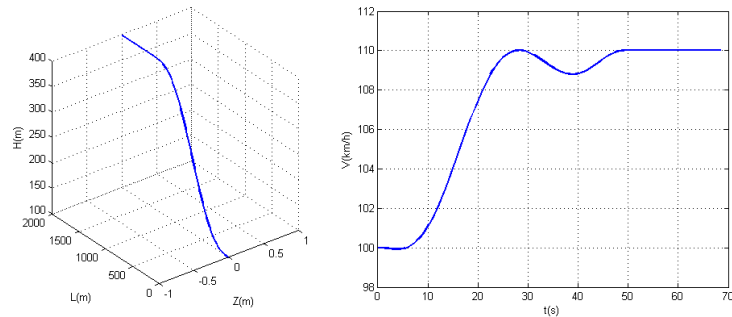


Рис. 3. Программная траектория и скорость

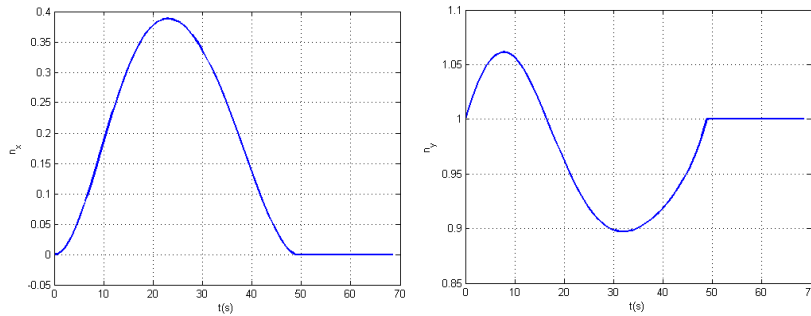


Рис. 4. Программные управления

7. Пример построения базы типовых маневров

По экспериментальным данным получены зависимости времени перелета и дальности от высоты при фиксированной начальной и конечной скоростях (см. рис. 5).

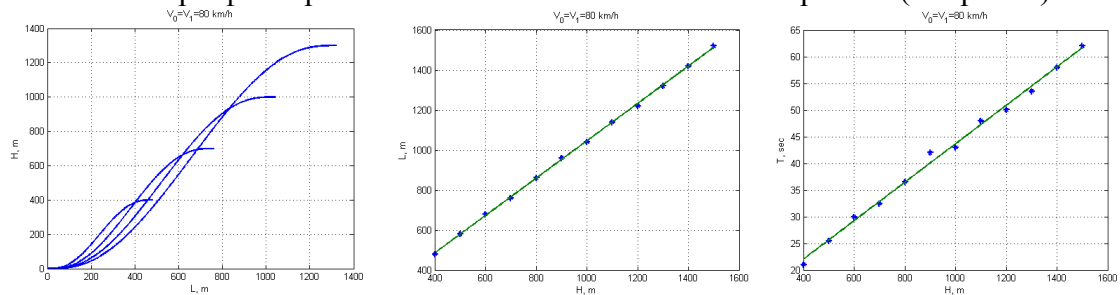


Рис. 5. База типовых маневров

Полученные зависимости позволяют находить время перелета и дальность для любой допустимой высоты при заданной скорости без использования алгоритма выбора времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-07-00329) и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-3659.2012.1).

Литература

1. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969. 500 с.
2. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель Л.В. Механика полета. М.: Машиностроение, 1969. 420 с.