

## **Об истинных соотношениях в триадах векторов, используемых для описания электрических и магнитных полей**

А.С. Чуев, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Аннотация: Рассмотрены общепринятые и авторские варианты интерпретации триадных соотношений электрических и магнитных векторов, которые используются в электромагнетизме и радиооптике. Рассматриваемые варианты отличаются позиционированием относительно того какой вектор считать суммарным или составным, а два других исходными, то есть первичными. Автор настоящей работы отводит роль составного вектора: в электричестве вектору напряженности  $\mathbf{E}$  (с участием электрической постоянной), а в магнетизме вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}$  (с участием магнитной постоянной). В обоснование авторской точки зрения приводятся наглядные изображения и формульные соотношения. Делается вывод о необходимости пересмотра некоторых других устоявшихся представлений теории электромагнетизма.

Ключевые слова: электромагнетизм, электрические векторы, магнитные векторы, электрическое поле, магнитное поле.

### **Электрическое поле**

В известном [1-3] соотношении электрических векторов внутри диэлектрика

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1)$$

вектор  $\vec{D}$  часто трактуют как суммарный и не имеющий физического смысла. Однако, по мнению автора [4, 5], это не так. Раскроем выражения для  $\vec{D}$  и  $\vec{P}$  в соотношении (1), получив

$$\varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0 \vec{E} + \kappa \varepsilon_0 \vec{E}.$$

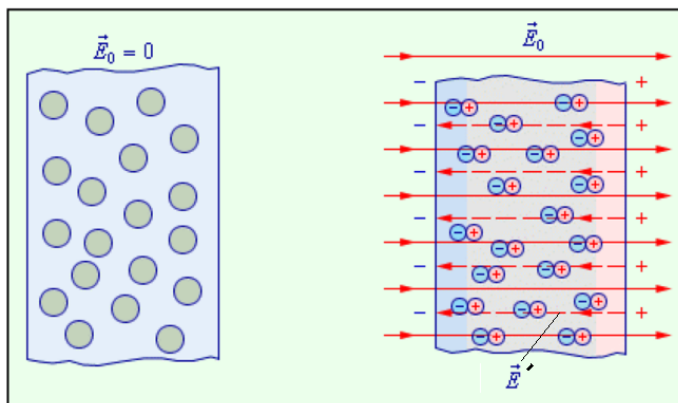
Здесь  $\vec{E}_0$  - вектор напряженности внешнего электрического поля, а  $\vec{E}$  - вектор напряженности электрического поля внутри диэлектрика, который

характеризует остаток внешнего поля внутри диэлектрика, после его ослабления веществом диэлектрика. Сократив в последнем соотношении  $\epsilon_0$ , получим

$$\vec{E}_0 = \vec{E} + \kappa\vec{E} = (1 + \kappa)\vec{E}, \quad (2)$$

или  $\vec{E}_0 = \epsilon\vec{E}$ , что эквивалентно выражению  $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}$ .

Последние две формулы общеизвестны и вполне понятны. Однако не вполне понятно исходное соотношение (2). Согласно принципу суперпозиции среднее электрическое поле  $\vec{E}$  внутри диэлектрика должно рассматриваться как суммарное поле, образуемое наложением внешнего поля  $\vec{E}_0$  и среднего поля  $\vec{E}'$  от диэлектрических диполей (рис. 1). Но соотношение (2) не содержит упомянутого вектора  $\vec{E}'$ . Известно, что его роль выполняет вектор *поляризованности*  $\vec{P}$ , определяемый как  $\vec{P} = \kappa\epsilon_0\vec{E}$ . Однако направление вектора  $\vec{P}$  принято противоположным направлению вектора  $\vec{E}'$ . Кроме того, определение вектора  $\vec{P}$  от остатка поля внутри диэлектрика ( $\vec{P} = \kappa\epsilon_0\vec{E}$ ) не совпадает с аналогичным определением намагниченности в магнетизме, да и просто противоречит логике определения *восприимчивости* [6]. Восприимчивость должна определяться по отношению к первичному воздействию, а не к остатку этого воздействия. Второй вариант – логически менее оправдан.



**Рис. 1.** Схема поляризации неполярного диэлектрика

Поясним это подробнее. Среднее суммарное поле внутри диэлектрика согласно рис. 1 представимо выражением

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' .$$

В скалярном виде это выражение имеет вид

$$E = E_0 - \kappa E . \quad (3)$$

При анализе соответствия соотношений (2) и (3) возникают два непонятных момента. Можно ли вектор  $\vec{E}'$  представлять как  $\vec{E}' = -\kappa\vec{E}$  и как понимать присутствующий здесь минус: то ли значения  $\kappa$  отрицательны, то ли минус означает направленность вектора  $\vec{E}$  противоположно вектору  $\vec{E}'$ . И, главное, почему диэлектрическая восприимчивость  $\kappa$  присутствует в качестве сомножителя не при векторе  $\vec{E}_0$ , характеризующем первичное поле, а при остатке этого поля  $\vec{E}$ ? Оба отмеченных момента логически безупречного объяснения не имеют [5, 6].

С направленностью векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{E}'$  вопрос разрешается следующим образом. Если каждый член выражения (3) умножить на  $\varepsilon_0$ , то получим

$$\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E}_0 - \varepsilon_0\kappa\vec{E} .$$

Данное выражение можно представить так:

$$\varepsilon_0\vec{E} = \vec{D} + \vec{P}^* . \quad (4)$$

В этом выражении вектор  $\vec{P}^* = -\kappa\varepsilon_0\vec{E} = -\vec{P}$  определяется хоть и не совсем правильно, но он получает правильную направленность. Здесь вектор  $\vec{P}^*$  по модулю равен вектору  $\vec{P}$  и имеет направленность, противоположную  $\vec{E}_0$  и  $\vec{E}$ . Вопрос о правильном определении диэлектрической восприимчивости рассмотрен в работе автора [6].

Соотношение (4) позволяет по-новому взглянуть и понять физический смысл вектора  $\vec{D}$ . Здесь вектор  $\vec{D}$  – это *поляризованность вакуума*, которая объяснима существованием в нем виртуальных пар элементарных частиц.

## Магнитное поле

В известном [1-3] соотношении магнитных векторов внутри магнетика

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad (3)$$

вектор  $\vec{H}$  обычно трактуют, по аналогии с электрическим вектором  $\vec{D}$ , тоже как суммарный и не имеющий физического смысла.

Однако, записав это выражение в форме векторной суммы

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} \quad , \quad (4)$$

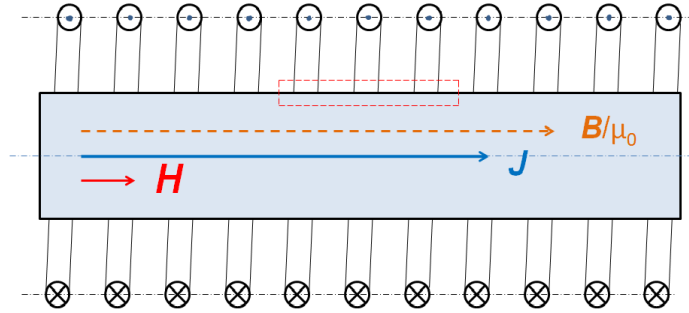
мы получаем возможность трактовать вектор  $\vec{H}$  как *намагниченность вакуума* [7, 8], которая существует, как и отмеченная выше *поляризованность вакуума*, за счет наличия в нем виртуальных элементарных частиц. Для этого не требуется даже их парное появление и исчезновение.

С учетом общепринятого соотношения  $\vec{J} = \chi\vec{H}$ , можно записать

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \chi\vec{H} = (1 + \chi)\vec{H} = \mu\vec{H} .$$

В результате получим известное выражение  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ .

Используя выражение (4), по которому отношение  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$  есть сумма *намагниченностей* вакуума и вещества, можно показать – что собой представляет это отношение в окрестности постоянных магнитов, где вещественной намагниченности  $\vec{J}$  нет, но, как известно, есть достаточно сильное магнитное поле, неотличимое по своим свойствам от магнитных полей, создаваемых в вакууме проводниками с током. Для этого рассмотрим пример, изображенный на рис. 2.



**Рис. 2.** Катушка с током и намагничиваемым сердечником

Имеется токовая катушка, с помощью которой первично намагничивается ферромагнитный сердечник в виде цилиндрического стержня. При наличии тока в катушке соотношение магнитных векторов соответствует соотношению (4). Вполне очевидно, что первичным является поле вектора  $\vec{H}$ , создаваемое токовой катушкой. Вторичным является поле вектора намагниченности  $\vec{J}$ , которое в ферромагнетиках значительно сильнее первого

$$\vec{J} = \chi \vec{H} = (\mu - 1) \vec{H}.$$

Исходя из соотношения (4) и примерного равенства для ферромагнетиков  $\chi \approx \mu$  внутри намагничиваемых ферромагнетиков можно считать

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} \approx \vec{J}.$$

На рис. 2 это наглядно показано соотношением размера векторов. При этом все три вектора имеют одинаковое направление.

Теперь посмотрим, как изменится картина рис. 2 при выключении тока в катушке. Поле вектора  $\vec{J}$  внутри намагниченного стержня из-за остаточной намагниченности останется практически неизменным. Вектор  $\vec{H}$ , по мнению автора, исчезнет, поскольку циркуляция этого вектора по любому замкнутому контуру должна быть нулевой. Поле вектора  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$  внутри стержня будет представлено тем же самым полем вектора  $\vec{J}$ .

Теперь рассмотрим магнитное поле вне намагниченного стержня. Поле вектора  $\vec{J}$  там не может быть по определению, а магнитное поле вектора  $\vec{H}$  мы исключили как токовое. Но магнитное поле вне намагниченного стержня безусловно есть. Возникает вопрос, чем тогда будет представлен вектор  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ ? Думается, что обозначения внешнего поля постоянных магнитов можно оставить то же отношение  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ , в вакууме оно будет тем же самым полем  $\vec{H} = \vec{J}_{\text{ВАК}}$ . Обозначение этого поля буквой  $H$  лучше не использовать, оставив его для обозначения магнитного поля, создаваемого токами проводимости. Эти токи неразрывно объединены с полем вектора  $\vec{H}$  теоремой о циркуляции этого вектора. Обозначение  $\vec{J}_{\text{ВАК}}$  пока непривычно и воспринимается с недоверием, поэтому можно оставить нейтральное обозначение  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ . Без большого ущерба для понимания, внешнее магнитное намагниченных магнетиков можно характеризовать и отдельным вектором  $\vec{B}$ .

Внешнее магнитное поле стержневых магнитов достаточно близко к дипольной форме, оно описывается известным выражением [9, стр. 265]

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\vec{P}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \right),$$

где  $\vec{P}_m$  - суммарный *магнитный дипольный момент*, которым обладает намагниченное вещество тела магнита;  $\vec{r}$  - радиус-вектор от точки наблюдения до условного центра магнита, которому мы приписываем значение магнитного момента  $\vec{P}_m$ .

Вычленив из приводимой формулы искомое отношение характеризующее намагниченность вакуума, получим

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{3(\vec{P}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \right) = \vec{J}_{\text{ВАК}}.$$

Последнее выражение будет лучше восприниматься как *намагниченность*, если в нем обозначить (выделить) сферический объем радиуса  $r$ :

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{3}{4\pi r^3} \left( \frac{(\vec{P}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \frac{\vec{P}_m}{3} \right) \quad (5)$$

Тогда выражение в скобках станет определять некое значение и направленность внешнего магнитного поля от источника в виде намагниченного стержня. Таким образом, источником поля будет суммарный (или эквивалентный) *магнитный дипольный момент*  $\vec{P}_m$  вещества тела магнита, а отношение векторной величины, представленной в скобках формулы (5) к сферическому объему радиуса  $r$ , станет определять *намагниченность вакуума* (вектор  $\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_{\text{ВАК}}$ ) в данной точке пространства.

Формула (5) описывает магнитное поле, создаваемое магнитным диполем, в векторной форме. Скалярное описание этого же поля имеет более простой вид [1-3]

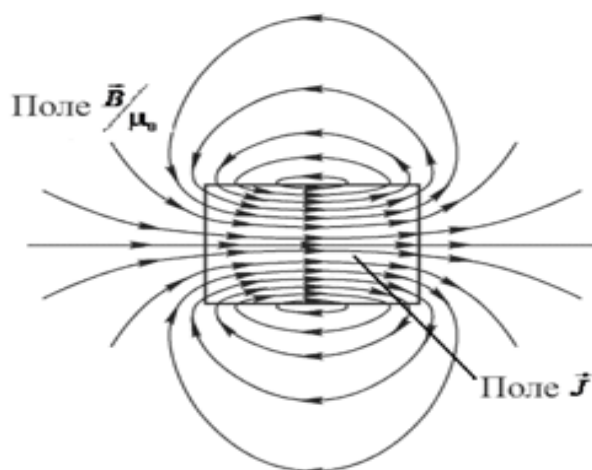
$$\frac{B}{\mu_0} = \frac{P_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}, \quad (6)$$

где  $\theta$  – угол между осью магнитного диполя и радиус-вектором  $\vec{r}$ , проведенным от центра диполя до точки наблюдения.

Если следовать структуре формулы (5), то последнее выражение получает такой вид:

$$\frac{B}{\mu_0} = \frac{3P_m}{4\pi r^3} \sqrt{\frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{9}}. \quad (7)$$

Примерное изображение векторных линий внешнего магнитного поля, создаваемого намагниченным стержнем, приведено на рис. 3.



**Рис. 3.** Дипольное магнитное поле намагниченного стержня

Внутри намагниченного стержня поле представлено линиями вектора вещественной намагниченности  $\vec{J}$ , а вне стержня линиями вектора  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ , причем на границе двух сред первые линии, очевидно, без разрывов переходят во вторые.

Некоторые склонны видеть в изображении рис. 3 противоречие четвертому уравнению Максвелла из-за наличия ненулевой дивергенции для вектора  $\vec{B}$  на торцах стержня. Для разрешения этого противоречия внутрь намагниченного стержня обычно вводят [9] еще одно «размагничивающее» поле вектора  $H_{\ominus} = NJ$ , направленное против основного поля вектора намагниченности  $\vec{J}$ . Одновременно вводится еще одно внешнее поле вектора  $\vec{H}$ , линии которого совпадают с линиями вектора  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ . Это внешнее поле вводится лишь для того, чтобы циркуляция вектора  $\vec{H}$  по любому замкнутому контуру оказывалась нулевой. Изображение такого размагничивающего поля приведено на рис. 4 [10]. Очевидно, что вне магнита прямое и «размагничивающее» поля по направленности совпадают, следует ли их различать из этого рисунка (и в принципе) не очень понятно.



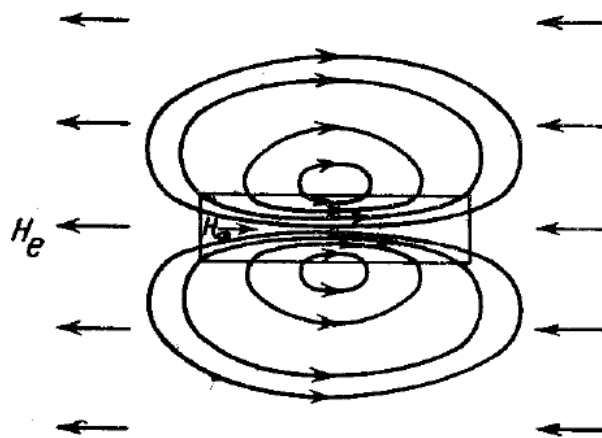


Рис. 2-1. Схематическое изображение размагничивающего поля прямого магнита.

Рис. 4. Изображение двунаправленного размагничивающего поля постоянного магнита, помещенного во внешнее поле  $H_e$

Один знакомый профессор на мой вопрос: чему равна дивергенция вектора  $\vec{J}$  на торцах стержневого магнита, с уверенностью ответил – равна дивергенции вектора  $\vec{H}$  с обратным знаком. Однако откуда берется в магните поле вектора  $\vec{H}$  и сравнимо ли оно по величине с полем вектора  $\vec{J}$ , никак не пояснил. Приводимые нами выше разъяснения такую точку зрения начисто опровергают.

Поскольку в не столь отдаленные времена верили в существование на поверхностях магнитов «магнитных зарядов», то авторы изображения рис. 4 похоже не задавались для себя вопросом о физическом объяснении смены направления линий вектора  $\vec{H}$  на поверхности магнита. По нынешним же представлениям магнитных зарядов нет и изображать разнонаправленное (внутри и вне магнита) некое «размагничивающее» поле, просто нелепо.

Верное изображение дает рис. 3. Если понимать вектор  $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$  как суммарный и по физической сути неотличимый от вектора намагниченности, то никакого размагничивающего поля  $H_e$  нет и выдумывать его не надо, это хорошо иллюстрирует рис. 3. Здесь все магнитные линии являются общими и непрерывными, а поле вектора  $\vec{H}$  отсутствует.

Подчеркнем еще раз, идея существования двух противоположно направленных полей вектора  $\vec{H}$  (внутри и вне постоянных магнитов) когда-то имела право на жизнь, поскольку опиралась на метафизические представления о существовании магнитных зарядов, противоположных по знаку и размещавшихся на полюсах магнита. Сегодня эти представления явно устарели и нуждаются в пересмотре.

Необходимо также отметить, что признание изображения рис. 3 правильным изображением магнитного поля постоянного магнита порождает ряд других вопросов, принципиальных для теории электромагнетизма. К таким вопросам следует отнести обусловленность вектора  $\vec{B}$  другим вектором согласно известной формуле  $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$  и нулевое значение дивергенции вектора  $\vec{B}$ . Так что, если начать пересматривать, то пересмотру в электромагнетизме подлежит многое.

#### Литература.

[1] Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. Электромагнитное поле. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. – 424 с.

[2] Макаров А.М., Лунева Л.А., Макаров К.А. Теория и практика классической электродинамики. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 784 с.

[3] Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Изд. 4-е испр.– М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003. – 320 с.

[4] Чуев А.С. О системном и физическом делении электромагнитных величин, относимых традиционно к группе полевых. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/1295.html>

[5] Чуев А.С. О новых подходах в описании стационарного электрического поля внутри диэлектрических сред и на границе их раздела. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 6. URL:

<http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/1325.html> (дата обращения: 05.08.2015).

[6] Чуев А.С. О методической ошибке в определении физического свойства «восприимчивость» для магнетиков и диэлектриков. // Журн. «Законодательная и прикладная метрология». №3. 2013. С. 51-53.

[7] Чуев А.С. Магнитное поле – какие векторы первичны и что мы измеряем? // Журн. «Законодательная и прикладная метрология». 2012. № 6. С. 45-48.

[8] Чуев А.С. О новых подходах в описании стационарного магнитного поля внутри и на границе раздела двух сред. // Современные научные исследования и инновации. 2015. № 7 [Электронный ресурс]. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2015/07/56905> (дата обращения: 05.08.2015).

[9] Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М. ОНИКС 21 век. Мир и образование. 2005. 463 с.

[10] Арнольд Р.Р. Расчет и проектирование магнитных систем с постоянными магнитами. М. Энергия. 1969. 184 с.

Автор: Чуев Анатолий Степанович, к.т.н., доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва.

E-mail: [chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru) . Телефон дом. 8-498-664-20-98; моб. 8-916-007-66-14.

UDC 537.21

**On the true relationship in the triad vectors used to describe electric and magnetic fields**  
A.S. Chuev, MSTU. NE Bauman

Abstract: The conventional interpretation and author options triad ratios of the electric and magnetic vectors that are used in electromagnetism and radio optics. Considered different options as to the positioning of a total count vector or a composite, and two other source, that is primary. The author of this work was assigned the role of the composite vectors: electricity intensity vector  $E$  (involving electric constant), and the magnetism of the magnetic induction  $B$  (involving magnetic constant). In support of the author's point of view are visual images and definable ratio. The conclusion about the need to revise some of the other well-established concepts of the theory of electromagnetism.

Keywords: electromagnetism, the electric vectors of magnetic vectors of the electric field, the magnetic field.

Author: Chuev Anatoly Stepanovich, Ph.D., assistant professor of "Physics" MSTU. NE Bauman  
Moscow.  
E-mail: [chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru). Phone home. +7-498-664-20-98; mob. +7-916-007-66-14.