

## РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ НЕСВОБОДНОГО КОСОУГОЛЬНОГО РЕЗАНИЯ

*Несвободное резание* отличается от свободного тем, что сечение срезаемого слоя формируют две или больше режущие кромки. На рисунке 2.1 показана главная режущая кромка  $AC$  и вспомогательная режущая кромка  $CB$ , которые пересекаются в точке  $C$  – вершине лезвия токарного проходного резца. Рассматриваем прямоугольное резание, т.е. угол наклона кромок равен нулю и эти кромки лежат в плоскости чертежа – в основной плоскости. Тогда можно допустить, что векторы скорости схода стружки пропорциональны длинам и перпендикулярны к соответствующим кромкам, а суммарный вектор определен по правилу суммирования векторов  $\mathbf{ACB} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$ .

Длины кромок будут равны:  $AC = t / \sin \varphi$ ;  $BC = \frac{s \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + \varphi_1)}$ .

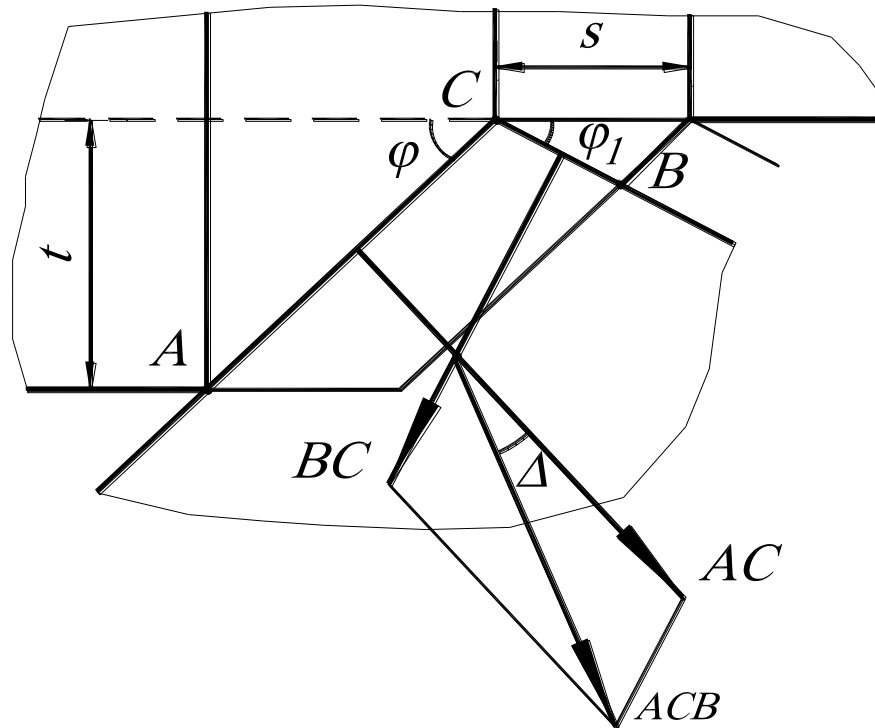
Углом схода стружки назовем угол между суммарным вектором схода и перпендикуляром к главной режущей кромке. На рисунке 2.1 угол схода обозначен как  $\Delta$  и является углом между векторами  $\mathbf{ACB}$ ,  $\mathbf{AC}$ . Можно

показать, что отношение длин векторов равно:  $\frac{AC}{BC} = \frac{\sin(\varphi + \varphi_1 - \Delta)}{\sin \Delta}$ . Из

приведенных соотношений после преобразований следует выражение для расчета угла схода стружки:

$$\Delta = -\arctg \left[ \frac{s \cdot \sin(\varphi + \varphi_1) \sin^2 \varphi}{t \cdot \sin(\varphi + \varphi_1) + s \cdot \sin^2 \varphi \cos(\varphi + \varphi_1)} \right]$$

Угол схода показывает отклонение стружки от перпендикуляра к прямолинейной части главной режущей кромки. Будем считать угол схода положительным, если стружка отклоняется вправо от перпендикуляра (к вершине инструмента), и отрицательным, если стружка отклоняется влево. Тогда обозначенный на рисунке 2.2 угол  $\Delta$  будет отрицательным.



**Рис. 2.1**

Угол схода стружки для реза с острой вершиной при несвободном резании

*Косоугольное резание* выполняется, когда главная режущая кромка наклонена к основной плоскости под углом  $\lambda$ . При косоугольном резании стружка при ее движении по передней поверхности дополнительно будет отклоняться от перпендикуляра к главной режущей кромке на величину угла наклона. Тогда угол схода стружки для несвободного косоугольного резания будет равен

$$\Delta_c = \Delta + \lambda.$$

Средний угол в плане

$$\varphi_c = \varphi + \Delta_c$$

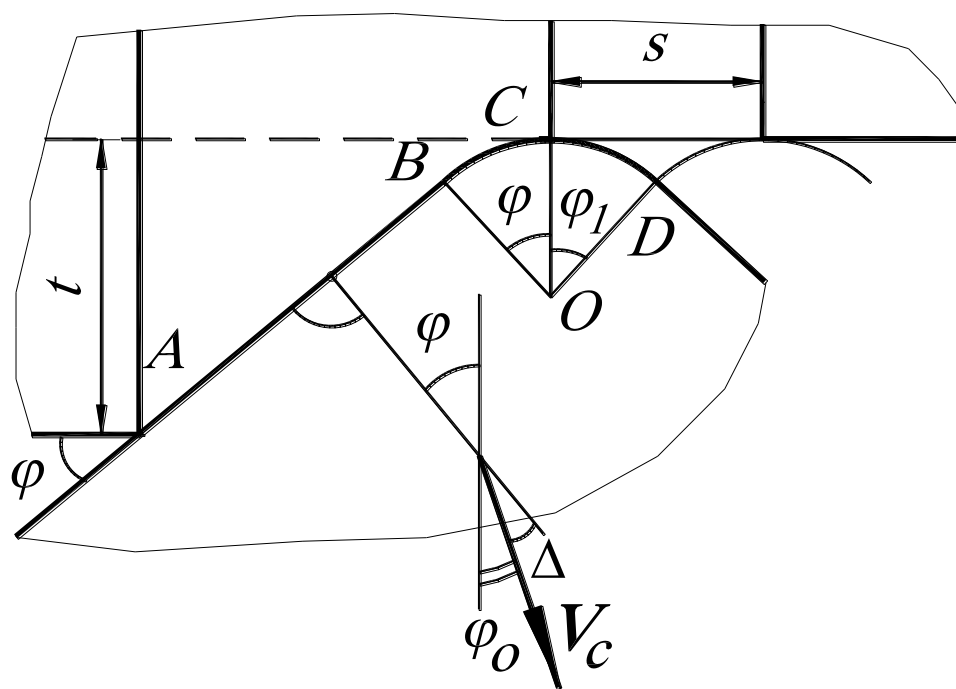


Рис. 2.2

Угол схода стружки для резца с закругленной вершиной

Для наиболее распространенного случая продольного точения резец имеет закругленную вершину. Тогда главная режущая кромка, формирующая большую сторону сечения среза, имеет две части – прямолинейную  $AB$  и дугу окружности радиуса  $r$  –  $BC$ . Вспомогательная режущая кромка есть дуга окружности  $CD$  как показано на рисунке 2.2. Угол в плане будет переменным и изменяться вдоль кромки от значения  $\varphi$  на прямолинейной части до нуля в точке  $C$ , и до значения  $\varphi_1$  в точке  $D$ . Среднее значение угла в плане можно определить из соотношения (С.Н. Филоненко):

$$\varphi_0 = \frac{\int_{AB} \varphi dL + \int_{BC} \varphi dL + \int_{CD} \varphi dL}{L_{ABCD}} = \frac{\varphi \frac{t-r(1-\cos\varphi)}{\sin\varphi} + \frac{r\varphi^2}{2} + \frac{r\varphi_1^2}{2}}{\frac{t-r(1-\cos\varphi)}{\sin\varphi} + r\varphi + r\varphi_1}.$$

Угол схода показывает отклонение стружки от перпендикуляра к прямолинейной части главной режущей кромки. Будем считать угол схода положительным, если стружка отклоняется вправо от перпендикуляра (к вершине инструмента), и отрицательным, если стружка отклоняется влево. Тогда обозначенный на рисунке 2.2 угол  $\Delta$  будет отрицательным и справедливо выражение для его расчета:  $\Delta = \varphi_0 - \varphi$ .

Если глубина резания мала и выполняется соотношение  $t < r(1 - \cos\varphi)$ , то прямолинейная часть на главной кромке отсутствует и углы в плане рассчитаем для крайних точек кромки:  $\varphi = \arccos\left(\frac{r-t}{r}\right)$ ;  $\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{s}{2r}\right)$ , и выражение (2.2) преобразуется к виду:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi^2 + \varphi_1^2}{2(\varphi + \varphi_1)}$$

Угол схода стружки будет равен

$$\Delta_c = \varphi_0 - \varphi + \lambda.$$

Средний угол в плане

$$\varphi_c = \varphi + \Delta_c$$

Через средний угол в плане можно перейти от схемы несвободного косоугольного резания к схеме свободного прямоугольного резания с расчетными параметрами:

– средняя толщина среза  $a_c = s \cdot \sin \varphi_c$ ,

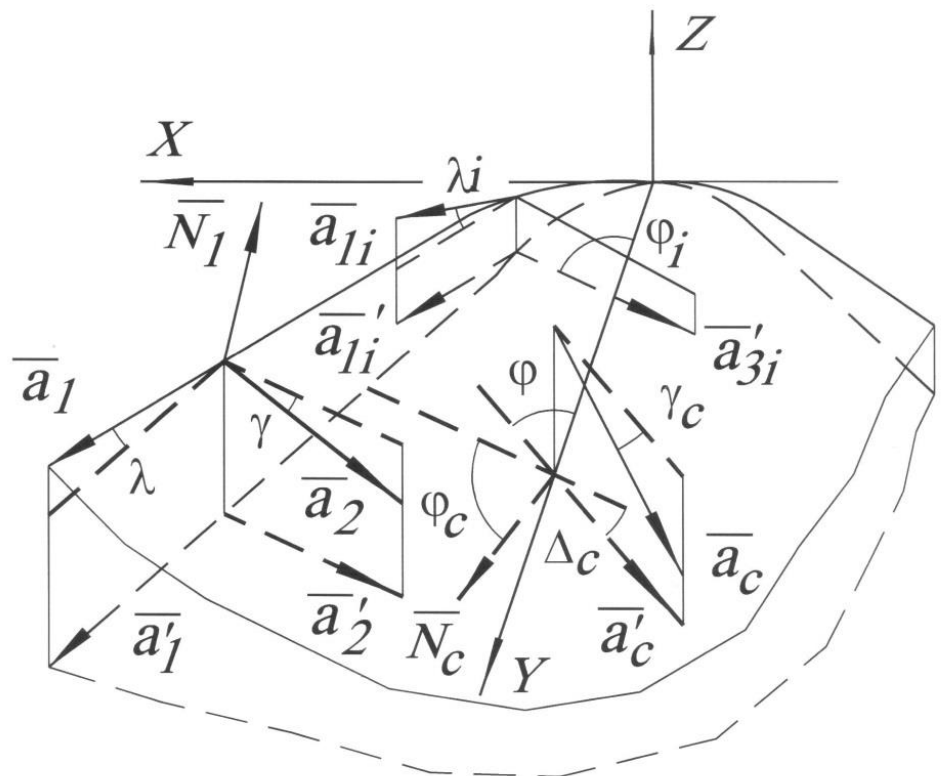
– ширина среза  $b_c = t / \sin \varphi_c$ ,

$$b_{kr} = \frac{t - r(1 - \cos \varphi)}{\sin \varphi \cdot \cos \lambda} + r\varphi, \quad t \geq r(1 - \cos \varphi);$$

– длина кромки

$$b_{kr} = r \cdot \arccos\left(\frac{r-t}{r}\right), \quad t < r(1 - \cos \varphi)$$

– передний угол в направлении схода стружки  $\gamma_c$



**Рис. 2.3.** Схема для расчета переднего угла в направлении схода стружки

Расчет переднего угла в направлении схода стружки проведен в соответствии со схемой, представленной на рисунке 2.3. Показана система координат  $XYZ$ , сориентированная в направлении подачи (ось  $X$ ), в радиальном направлении (ось  $Y$ ), в тангенциальном направлении по вектору скорости резания (ось  $Z$ ). Введена вспомогательная система координат  $X'Y'$ , расположенная в основной плоскости так, что угол между осями  $X, X'$  является главным углом в плане  $\varphi$ . Связь систем координат задана системой уравнений:

$$x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi; \quad y = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi; \quad z = z'. \quad (0.1)$$

Единичные векторы задают положение:  $\bar{a}_1$  – главной режущей кромки;  $\bar{a}_2$  – следа передней плоскости в главной секущей плоскости. Уравнения векторов записаны в системе координат  $X'Y'Z'$ :

$$\bar{a}_1 = \cos \lambda \bar{i}' + \sin \lambda \bar{k}'; \quad \bar{a}_2 = \cos \gamma \bar{j}' - \sin \gamma \bar{k}'. \quad (0.2)$$

Эти векторы можно переписать в системе координат  $XYZ$  в соответствии с системой (0.1), а нормаль к передней плоскости запишется через векторное произведение этих векторов:

$$\bar{N}_1 = \bar{a}_1 \times \bar{a}_2 = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \cos \lambda \cos \varphi & \cos \lambda \sin \varphi & \sin \lambda \\ -\cos \gamma \sin \varphi & \cos \gamma \cos \varphi & -\sin \gamma \end{vmatrix} = N_{11} \bar{i} + N_{12} \bar{j} + N_{13} \bar{k}. \quad (0.3)$$

где проекции по осям равны:

$$N_{11} = -\cos \lambda \sin \varphi \sin \gamma - \sin \lambda \cos \varphi \cos \gamma;$$

$$N_{12} = \cos \lambda \cos \varphi \sin \gamma - \sin \lambda \sin \varphi \cos \gamma;$$

$$N_{13} = \cos \lambda (\cos \varphi)^2 \cos \gamma + \cos \lambda (\sin \varphi)^2 \cos \gamma = \cos \lambda \cos \gamma.$$

Вектор, задающий направление схода стружки по основной плоскости равен:

$$\bar{a}'_c = -\sin(\varphi + \Delta_c) \bar{i} + \cos(\varphi + \Delta_c) \bar{j}. \quad (0.4)$$

Тогда нормаль к плоскости схода стружки также лежит в основной плоскости и перпендикулярна вектору (0.4):

$$\bar{N}_c = \cos(\varphi + \Delta_c) \bar{i} + \sin(\varphi + \Delta_c) \bar{j}. \quad (0.5)$$

Вектор схода стружки лежит в передней плоскости и определяется через векторное произведение нормалей как линия пересечения плоскостей передней и схода стружки:

$$\bar{a}_c = \bar{N}_1 \times \bar{N}_c = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ \cos(\varphi + \Delta_c) & \sin(\varphi + \Delta_c) & 0 \end{vmatrix} = a_{c1} \bar{i} + a_{c2} \bar{j} + a_{c3} \bar{k}, \quad (0.6)$$

где проекции по осям равны:

$$a_{c1} = -N_{13} \sin(\varphi + \Delta_c);$$

$$a_{c2} = N_{13} \cos(\varphi + \Delta_c);$$

$$a_{c3} = N_{11} \sin(\varphi + \Delta_c) - N_{12} \cos(\varphi + \Delta_c).$$

Передний угол в направлении схода стружки можно рассчитать через алгебраическое произведение векторов (0.4) и (0.6):

$$\gamma_c = e \cdot \arccos \left[ \frac{-\sin(\varphi + \Delta_c) a_{c1} + \cos(\varphi + \Delta_c) a_{c2}}{\sqrt{a_{c1}^2 + a_{c2}^2 + a_{c3}^2}} \right], \quad (0.7)$$

где первый множитель определяет знак угла,  $e = 1$ , если  $a_{c3} < 0$  и  $e = -1$ , если  $a_{c3} > 0$ .

## СОСТАВЛЯЮЩИЕ СИЛЫ РЕЗАНИЯ

В механике несвободного косоугольного резания экспериментально и теоретически обосновано положение о том, что векторы скорости схода

стружки, скорости резания и скорости сдвига лежат в одной плоскости (Н.Н. Зорев, В.Ф. Бобров). Тогда с приемлемым упрощением для инженерных расчетов можно считать, что равнодействующая силы резания со стороны передней поверхности действует в направлении схода стружки.

Расчет составляющих силы резания можно выполнить по соответствующим формулам для свободного прямоугольного резания (по Д31). При расчете вместо переднего угла, толщины и ширины срезаемого слоя необходимо использовать передний угол в направлении схода стружки  $\gamma_c$  (0.7), среднюю толщину  $a_c$  через средний угол в плане  $\varphi_c$  и длину режущей кромки  $b_{kr}$ . Таким образом, составляющие силы резания на передней поверхности являются функциями ранее рассмотренных параметров:

$$P_{yp}, P_{zp} = f(\gamma_c, a_c, b_{kr}) .$$

Длины прямолинейного участка кромки  $AB$  и радиусного участка  $BC$  по схеме рисунка 2.2 составляют:

– если глубина резания  $t \geq t'$ ,  $t' = r(1 - \cos \varphi)$

$$AB = \frac{t - t'}{\sin \varphi \cos \lambda} ; BC = r\varphi ;$$

– если глубина резания  $t < t'$

$$AB = 0; BC = r \cdot \arccos\left(\frac{r - t}{r}\right) .$$

В результате износа действуют нормальные силы на задней поверхности инструмента, обозначенные как  $N_2$ :

$$N_{2AB} = \sigma_m l_2 \cdot AB / 2; N_{2BC} = \sigma_m l_2 \cdot BC / 2 ,$$

где  $l_2$  – длина контакта по задней поверхности резца.



Все рассмотренные силы можно спроецировать на оси системы координат  $XYZ$  и, суммируя, определить результирующие составляющие силы резания:

– если глубина резания  $t \geq t'$ ,  $t' = r(1 - \cos \varphi)$

$$P_x = -P_{yp} \sin \varphi_c - N_{2AB} \sin \varphi - N_{2BC} \sin(\varphi / 2);$$

$$P_y = P_{yp} \cos \varphi_c + N_{2AB} \cos \varphi + N_{2BC} \cos(\varphi / 2);$$

$$P_z = P_{zp} + f_{tr} (N_{2AB} + N_{2BC});$$

– если глубина резания  $t < t'$

$$P_x = -P_{yp} \sin \varphi_c - N_{2BC} \sin(\varphi_{00} / 2);$$

$$P_y = P_{yp} \cos \varphi_c + N_{2BC} \cos(\varphi_{00} / 2);$$

$$P_z = P_{zp} + f_{tr} (N_{2BC});$$

$$\varphi_{00} = \arccos \left( \frac{r-t}{r} \right).$$

## Литература

1. Грубый С.В. Расчет параметров и показателей процесса резания: учебное пособие – М.; Вологда: Инфра-Инженерия, 2020. – 192 с.