



XXIII МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ**

ММТТ - 23

СБОРНИК ТРУДОВ

ТОМ 2

Саратов
2010

Министерство образования и науки Российской Федерации
Саратовский государственный технический университет
Ангарская государственная техническая академия
Астраханский государственный технический университет
Белгородский государственный технологический университет
Донской государственный технический университет
Institute of Hydrodynamics Academy of Sciences of the Czech Republic
Ивановский государственный химико-технологический университет
Институт вычислительной математики РАН
Казанский государственный технологический университет
Московский государственный университет инженерной экологии
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
Тамбовский государственный технический университет
Ярославский государственный технический университет

XXIII МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ

ММТТ - 23

СБОРНИК ТРУДОВ

ТОМ 2

СЕКЦИЯ 2

Саратов
2010

УДК 65.015.13
ББК В183
М 33

Редакционная коллегия:

Доктор технических наук, профессор В.С. Балакирев (общая редакция)
Доктор технических наук, профессор Г.М. Островский
Доктор технических наук, профессор А.А. Большаков

Одобрено
редакционно-издательским советом
Саратовского государственного технического университета

М 33 Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-23 [текст]:
сб. трудов XXIII Междунар. науч. конф.: в 12 т. Т. 2. Секция 2 / под общ.
ред. В.С. Балакирева. – Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2010. – 156 с.

ISBN 978-5-7433-2253-4

В сборнике публикуются труды участников XXIII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях», состоявшейся 22-25 июня 2010 г. в Саратовском государственном техническом университете.

Представленные материалы отражают современные направления оптимизации и оптимального управления технологическими процессами и техническими системами.

Сборник предназначен для специалистов, занимающихся применением математических методов и информационных технологий для оптимизации и автоматизации технологических процессов и технических систем.

Доклады рецензированы и отредактированы Программным комитетом конференции ММТТ-23.

УДК 65.015.13
ББК В183

ISBN 978-5-7433-2253-4

© Саратовский государственный
технический университет, 2010

По экспериментальным данным, путём решения обратной задачи, найдены зависимости одного из важнейших параметров математической модели – поляризации – от концентрации УНТ «Таунит» в электролите. В качестве примера приведём математическую модель процесса получения наномодифицированного никелевого покрытия из электролита Уоттса.

Толщина покрытия в каждой точке катода после включения тока на время T рассчитывается по формуле, полученной из закона Фарадея:

$$\delta(x, y, z, T) = \mathcal{E} \left(\int_0^T \eta(x, y, z, \tau) i_k(x, y, z, \tau) d\tau \right) / \rho, \quad (2)$$

где \mathcal{E} – электрохимический эквивалент металла покрытия; ρ – плотность металла покрытия; $\eta(x, y, z, \tau)$ – катодный выход по току в точке катода с координатами (x, y, z) в текущее время τ ; $i_k(x, y, z, \tau)$ – катодная плотность тока в точке катода с координатами (x, y, z) в текущее время τ .

Исходя из закона Ома в дифференциальной форме, плотность тока i_k на катоде будем рассчитывать по формуле:

$$i_k(x, y, z, \tau) = -\chi \text{grad } \varphi(x, y, z) |_{k_0}, \quad (3)$$

где χ – электропроводность электролита; $\varphi(x, y, z)$ – потенциал электрического поля в точке гальванической ванны с координатами (x, y, z) .

Для нахождения распределения потенциала φ внутри ванны используется дифференциальное уравнение Лапласа

$$\partial^2 \varphi / \partial x^2 + \partial^2 \varphi / \partial y^2 + \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0, \quad (4)$$

со следующими краевыми условиями:

$$\partial \varphi / \partial n |_{S_H} = 0, \quad \varphi + F_1(i_a) |_{S_a} = U, \quad \varphi - F_2(i_c, C_{\text{анод}}) |_{S_c} = 0, \quad F_2 = -70 \cdot C_{\text{анод}} + 1.4 + i_a, \quad (5)$$

где S_H – площадь поверхности изолятора; n – нормаль к поверхности изолятора; U – напряжение в ванне; S_a – площадь поверхности анода; $F_1(i_a)$ – функция анодной плотности тока, учитывающая поляризацию на аноде; $F_2(i_c, C_{\text{анод}})$ – функция катодной плотности тока и концентрации $C_{\text{анод}}$ УНТ, учитывающая поляризацию на катоде. Вид функции F_2 получен решением обратной задачи по экспериментальным данным, полученным на лабораторной установке.

Используя полученную математическую модель (1)-(5) будем решать задачу поиска концентрации УНТ «Таунит», при которой неравномерность покрытия минимальна. Решение задачи оптимизации осуществлялось методом сканирования. В результате получено, что наименьшая неравномерность наномодифицированного никелевого покрытия из электролита Уоттса достигается при концентрации УНТ «Таунит» 45 мг/л, что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

1. Ткачев А.Г., Золотухин И.В. Аппаратура и методы синтеза твердотельных наноструктур. М.: Машиностроение-1, 2007.
2. Литовка Ю.В., Попов Д.Ю. Сб.тр. МНК ММТТ-22. Т.10. Псков: ППИ, 2009.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ЛЕЗВИЙНОЙ ОБРАБОТКИ

Грубый С.В.

Московский государственный технический университет, grusv@yandex.ru

Лезвийную обработку (точение, растачивание, сверление, фрезерование, протягивание и др.) можно отнести к процессам многосвязного регулирования и выделить режим-

ные параметры как регулятор этого процесса. Таким образом, ставится задача по управлению режимными параметрами (УРП) для оптимального протекания процесса. Здесь под УРП понимается закономерное изменение режимных параметров во времени или по мере обработки деталей, обеспечивающее взаимосвязанное изменение скорости изнашивания инструментов и достижение принятых критериев оптимизации. Управление реализуется через программное устройство в составе металлорежущего станка в виде задающего воздействия на технологическую систему и процесс резания. В качестве управляемого объекта рассмотрен процесс изнашивания задних поверхностей лезвийного инструмента и требуется среди всех допустимых УРП, увеличивающих фазовую координату (величину износа) от значения h_{z0} до значения $h_{z\text{max}}$, найти такое, для которого интегральный функционал качества управления (целевой функционал) принимает наименьшее значение.

В этих задачах процесс изнашивания инструментов характеризуют соответствующие полиномиальные уравнения скорости изнашивания, полученные либо аппроксимацией экспериментальных данных, либо по результатам моделирования процессов [1, 2]. Для одноинструментной обработки общее уравнение скорости изнашивания инструмента и целевой функционал выглядят как:

$$f_1 = dx/dt = dh_z/dt = f_n(h_{zn}, v_n, s_n, \tau), \quad x_0 = \int_0^T f_0(h_{zn}, v_n, s_n, T_n) dt = \sum_{j=1}^{N_c} C_{nj} \cdot t_{0j} \rightarrow \min, \quad (1,2)$$

где T_n – заданное время обработки (стойкость); N_c – число точек управления; C_{nj} – переменная часть себестоимости обработки поверхности длиной l_{ij} ; t_{0j} – шаг по времени обработки; h_{zn} – величина износа инструмента; v_n, s_n – скорость резания и подачи (режимные параметры). Смысл предложенного интегрального функционала заключается в минимизации суммы произведений переменной части себестоимости на время, что для рассмотренных задач с общим фиксированным временем эквивалентно минимизации себестоимости обработки деталей на операции. Учитывая интегральный характер целевого функционала, здесь реализовано понятие оптимальности в широком смысле как обеспечивающее оптимальные условия протекания процесса в каждый момент времени и за весь период стойкости инструмента.

Рассматривается неавтономный процесс, так как фазовая координата – величина износа в явном виде зависит от времени τ и в подинтегральное выражение функционала (2) входит значение стойкости инструмента как время достижения предельной величины износа. Учитывая неавтономность процесса изнашивания, показана необходимость рассмотрения функции Гамильтона-Понтрягина, которая определяет связь скорости изнашивания инструмента с подинтегральной функцией целевого функционала через сопряженные переменные:

$$H = \Psi_0 f_0(h_{zn}, v_n, s_n, T_n) + \Psi_{1j} f_1(h_{zn}, v_n, s_n, \tau). \quad (3)$$

Сопряженные переменные в свою очередь связаны через систему дифференциальных уравнений относительно величины износа, решения которой по точкам управления зависят от их начальных значений Ψ_{0n}, Ψ_{1n} :

$$\frac{d\Psi_{0j}}{dh_z} = -\frac{1}{f_0} \left(\Psi_{0j} \frac{df_0}{dh_z} + \Psi_{1j} \frac{df_1}{dh_z} \right); \quad \frac{d\Psi_{1j}}{dh_z} = -\frac{1}{f_1} \left(\Psi_{0j} \frac{df_0}{dh_z} + \Psi_{1j} \frac{df_1}{dh_z} \right). \quad (4)$$

Оптимизация значений скорости резания и подачи в каждой точке управления выполнена в соответствии с принципом максимума Понтрягина. В качестве рабочего алгоритма оптимизации выбрана минимизация функции $f_n = -H$, где H есть функция (3), которая проведена по методу градиентного спуска с переменным шагом. Условие нахождения оптимума принято в виде:

$$v_{\text{опт}} = v_{n,j+1}; \quad s_{\text{опт}} = s_{n,j+1}; \quad f_n(v_{n,j+1}, s_{n,j+1}) - f_n(v_{n,j}, s_{n,j}) \leq \epsilon; \quad v_{\text{min}} \leq v_{n,j+1} \leq v_{\text{max}}; \quad s_{\text{min}} \leq s_{n,j+1} \leq s_{\text{max}} \quad (5)$$

с крайними условиями: $h_m(0) = h_{i0}$; $\Psi(0) = (\Psi_{m0}, \Psi_{i0})$; $h_m(T_m) = h_{m0}(\tau) \leq h_{i, \max}$; $\Psi(T_m) = (\Psi_m(\tau), \Psi_i(\tau))$, где ε – малая величина, а пределы изменения скорости и подачи $v_{\min}, v_{\max}, s_{\min}, s_{\max}$ определены соответствующими диапазонами в полиномиальном уравнении скорости изнашивания инструмента.

Установлено, что выбор начальных значений сопряженных переменных позволяет регулировать время обработки. Таким образом, заданное время (стойкость инструмента) в конечной точке управления достигается за счет последовательного уточнения начального значения сопряженной переменной Ψ_{i0} при постоянном значении $\Psi_{m0} = -1$.

Вычислительная задача (5) в общем случае есть задача нелинейного программирования, принимая во внимание технологические ограничения в каждой точке управления: по шероховатости поверхностного слоя и глубине наклепа; температуре резания; мощности привода главного движения станка и др. Рассмотрены наиболее эффективные методы нелинейного программирования и приведены характерные примеры УРП на токарных операциях [3].

Наряду с целевым функционалом (2) выполнен анализ целевых функционалов, минимизирующих по точкам управления шгучное время, энергзатраты и шероховатость обработанной поверхности. Показана близкая эффективность по себестоимости и производительности обработки рассмотренных целевых функционалов, за исключением минимизации шероховатости поверхности. Для подтверждения обобщающего характера методологии УРП поставлены и решены задачи по стабилизации скорости изнашивания инструмента и оптимизации режимных параметров со стабилизацией температуры резания жаропрочного сплава. Здесь использованы расчетные полиномиальные уравнения скорости изнашивания инструмента, силы и температуры резания, полученные по результатам моделирования процессов при обработке жаропрочного сплава. Характерно, что абсолютную лучшую эффективность имеет вариант управления режимными параметрами по целевому функционалу, минимизирующему переменную часть себестоимости обработки. Подтверждена эффективность управления по критериям производительности, себестоимости и числу обработанных деталей в сравнении с нормативными стационарными режимами. Отмечено существенное влияние геометрических параметров резцов на процесс изнашивания, в том числе на режимах управления. Характерно, что для вариантов УРП фактическая себестоимость близка к минимуму, а фактическая производительность – к возможному для этих условий максимуму. Преимущества УРП возрастают для случаев обработки деталей со сложной конфигурацией поверхностей, причем характер и расположение обрабатываемых поверхностей на заготовке не накладывает дополнительных ограничений на методику решения вычислительной задачи.

Результатами автоматизированного расчета являются кривые режимных параметров как функции текущего времени обработки или числа обработанных деталей, соответствующие целевому функционалу, заданному времени обработки и технологическим ограничениям. Режимные параметры имеют переменный характер, вызванный значительным изменением скорости изнашивания за период стойкости инструмента.

Предложенные процедуры управления режимными параметрами нашли проверку на характерных примерах токарной обработки: одноинструментная обработка гладкого стального и чугуного валов резцами с твердосплавными сменными многогранными пластинами (СМП) различных марок; одноинструментная обработка ступенчатого вала резцом с твердосплавными СМП; многоинструментная обработка ступенчатого вала резцами сменными пластинами СМП; многоинструментная обработка ступенчатого вала резцами с пластинами различных форм из твердых сплавов без и с износостойкими покрытиями, заготовок из серого чугуна резцами из твердого сплава и режущей керамики, заготовок

из титанового сплава твердосплавными резцами. Рассматривая предложенные процедуры как автоматизированный метод независимого и последовательного расчета режимных параметров по каждому инструменту, устанавливается связь между числом обработанных деталей и стойкостью для различных вариантов управления. Таким образом, для многоинструментной последовательной обработки предлагается стратегия принудительной замены инструментов через заданное равное число обработанных деталей, что увеличивает производительность обработки в 1,2 + 1,5 раза и снижает себестоимость в 1,4 + 1,5 раза по сравнению с нормативными стационарными режимами.

Оптимальные УРП могут быть рассчитаны для любых видов и условий лезвийной обработки при наличии математических уравнений, характеризующих скорость изнашивания инструментов как функций режимных параметров и величины износа, а также технологические ограничения. Отличительной особенностью разработанной методики УРП является: обобщающий характер по отношению к различным критериям оптимизации; учет нелинейного характера базовых уравнений скорости изнашивания инструмента и технологических ограничений; возможность изменять скорость изнашивания, а значит и стойкость инструмента в широких пределах, одновременно обеспечивая выполнение принятого целевого функционала; согласование процесса изнашивания инструментов при многоинструментной обработке.

1. Грубый С.В. Технология металлов. 2006. №11.
2. Грубый С.В. Вестник машиностроения. 2006. №2.
4. Грубый С.В. Оптимизация режимов одноинструментной... СТИН. 2008. №2.

СХЕМА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: ОБОБЩЕНИЕ В ТЕРМИНАХ ЯЗЫКА ФУНКЦИЙ ВЫБОРА

Бугаев Ю.В., Чикунев С.В., Музалевский Ф.А.

Воронежская государственная технологическая академия, mmte@vgtu.vrn.ru

Многие практические задачи выбора, такие, как структурный и параметрический синтез в проектировании и оптимальное управление в действующих системах, могут быть сведены к задачам многошагового выбора эффективных решений.

Одним из методов поиска оптимальных решений в многошаговых процессах является метод динамического программирования (ДП), численные процедуры которого базируются на так называемом принципе оптимальности Беллмана (ПОБ). В традиционном ПОБ оптимальность понимается в смысле экстремального значения выбранного скалярного критерия. Однако в настоящее время большинство практически важных задач не удается свести к однокритериальной постановке, поэтому актуальной является проблема обобщения ПОБ и численных схем ДП на случай более широкой трактовки понятия оптимальности. Таким общепринятым обобщением является понятие выбора.

В настоящее время сложилось три основных языка описания выбора: критериальный язык, язык бинарных отношений, язык функций выбора.

Каждое последующее описание является определенным обобщением предыдущего. Обоснование возможности применения схемы ДП и соответствующее обобщение ПОБ на случай критериального описания выбора Парето-оптимальных решений при нескольких критериях дано в [1].

В [2] принцип оптимальности Беллмана сформулирован в терминах задачи поиска на графе множества путей, недоминируемых по заданному бинарному отноше-