

ПОСТРОЕНИЕ РАСШИРЕННОЙ МЕХАНИКИ ЗЕРНИСТЫХ СРЕД ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВИБРОУПЛОТНЕНИЯ ПРИ ЛИТЬЕ ПО ГАЗИФИЦИРУЕМЫМ МОДЕЛЯМ

Карпенко Денис Николаевич

*Россия, Москва, Московский государственный технический университет
им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н. Э. Баумана)
karpenko_dn@bmstu.ru*

Научный руководитель: к. т. н. Вербицкий Валерий Иванович, доцент каф. МТ5
Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана

УДК 621.74.01

Одной из основных проблем в литье по газифицируемым моделям, сдерживающих развитие этого способа литья, является отсутствие корректного теоретического описания процессов виброуплотнения, имеющих место при изготовлении форм из сухого формовочного песка. Из-за особенностей поведения песка как сыпучего материала под воздействием вибрации, традиционные методы, основанные на механике сплошных сред, имеют ограниченную применимость. Один из возможных теоретических подходов – механика зернистых сред, разработанная И. И. Кандауровым. Однако эта модель сама по себе построена на допущениях, использование которых неприемлемо при моделировании виброуплотнения. В докладе предложены некоторые пути «преодоления» этих допущений, при реализации которых возможно построение расширенной механики зернистых сред, пригодной для описания процессов виброуплотнения.

Ключевые слова: литье по газифицируемым моделям, кварцевый песок, виброуплотнение, механика зернистых сред.

Литье по газифицируемым моделям (ЛГМ) – сравнительно молодой способ литья. Появившись в 1950-х годах, он получил широкое распространение и до сих пор считается одним из самых перспективных [1]. Главные преимущества технологии ЛГМ – отсутствие плоскости разъема, высокая точность и возможность изготовления формы из сухого песка, что исключает необходимость применения сложного смесеприготовительного оборудования. Однако развитие ЛГМ-технологий сдерживается отсутствием достаточно полного теоретического описания процессов, происходящих при изготовлении формы.

Наиболее распространенным методом формовки при ЛГМ является изготовление формы из сухого кварцевого песка по пенополистирольной модели. Для того, чтобы во время заливки не произошел обвал формы, песок должен быть равномерно уплотнен до некоторой технологической плотности. Проблема однако заключается в том, что добиться этой равномерной плотности зачастую бывает очень сложно.

Дело в том, что способ литья по газифицируемым моделям в большой степени ориентирован на изготовление отливок сложной конфигурации: отсутствие разъема формы и необходимости заботиться о формуемости модели позволяет теоретически изготавливать отливки любой конфигурации. Но только теоретически: наличие у модели многочисленных поднутрений и каналов делает формовку такой модели крайне сложной. Получение необходимой плотности песка в этих поднутрениях модели – очень сложная задача, и нет каких-либо надежных алгоритмов ее решения для каждой конкретной конфигурации.

Все это сдерживает распространение способа литья по газифицируемым моделям. Одной из главных проблем при этом является то, что невозможность предсказать качество готовой формы при переходе на формовку новых моделей крайне осложняет

процесс переналадки. На реальных производствах при переходе на выпуск новой номенклатуры отливок выбор режимов вибрации и расположения модели в форме приходится делать на основе многочисленных натуральных экспериментов, что увеличивает время технологической подготовки производства и в конечном итоге увеличивает стоимость отливки.

Основная причина подобной «непредсказуемости» заключается в отсутствии достаточно полного теоретического описания воздействия вибрации на сыпучий материал (песок) вообще и процесса виброуплотнения в частности. Все, что нам предлагают известные литературные источники, – это общие рекомендации по режимам вибрации, которые, как правило, нельзя применить «индивидуально» к тому или иному случаю. Несмотря на то, что проблема воздействия вибрации на сыпучие материалы поднималась неоднократно [1, 2, 3, 4], почти все работы, ей посвященные, сосредотачивают внимание на экспериментальных данных и практически не содержат теоретических моделей рассматриваемых процессов.

Одна из основных сложностей теоретического описания воздействия вибрации на сыпучие материалы, к которым, несомненно, относится и сухой кварцевый песок, состоит в том, что здесь плохо применимы положения механики сплошных сред. Как было показано в экспериментальных работах [3, 4], при достижении некоторого критического режима вибрации песок переходит в разуплотненное «виброкипящее» состояние, характеризуемое тем, что физический контакт между отдельными частицами носит характер кратковременного ударного взаимодействия, а сами частицы большую часть времени проводят в состоянии полета или «витания». И даже в «докритическом» состоянии частицы под действием вибрации друг относительно друга перемещаются отдельные частицы, а не объемы среды. Фактически уплотнение происходит через изменение взаимного расположения частиц.

Таким образом, для описания процессов виброуплотнения нужна теория, которая не только описывает состояние среды на основе усредненных показателей, вроде пористости, но и способная учесть взаимное расположение отдельных частиц, то есть структуру зернистой среды. Одной из наиболее проработанных теорий такого плана представляется механика зернистых сред, разработанная И. И. Кандауровым как альтернатива классической механике грунтов [5]. Подход И. И. Кандаурова позволяет моделировать напряженное состояние в зернистых средах с учетом их структуры. В частности, моделирование напряженного состояния формовочного песка, находящегося в опоке под действием равномерно распределенного давления, показало вызванное трением падение вертикального напряжения возле стенок опоки (рис. 1) [6].

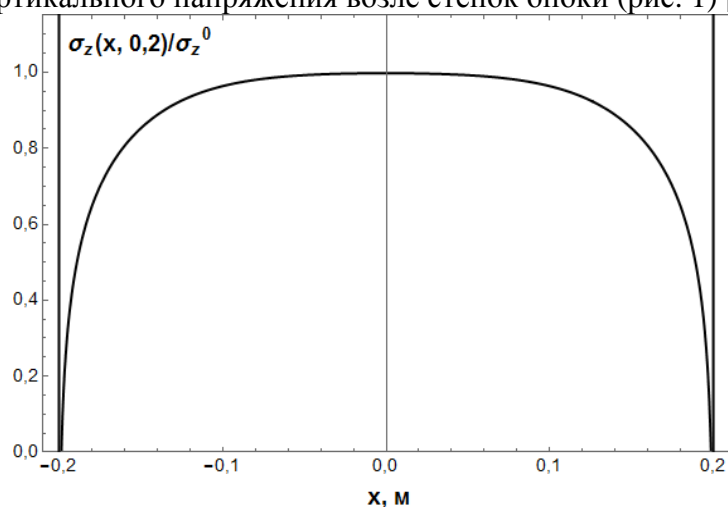


Рис. 1 – Распределение вертикальных напряжений в песчаном массиве на глубине 200 мм при действии на поверхности равномерно распределенного давления

Однако механика зернистых сред разрабатывалась И. И. Кандауровым для применения в строительстве, то есть для расчета напряженного состояния грунтов под нагрузкой. В связи с этим она построена на ряде допущений, которые не позволяют напрямую применить механику зернистых сред для моделирования процессов воздействия вибрации на песок. Рассмотрим эти допущения [5] более подробно.

1. Постоянство размера. В первом приближении предполагается, что все частицы представляют собой шары одинакового диаметра. Известно, что размеры частиц реального песчаного массива, как правило, подчиняются логнормальному распределению [7]. Форма частиц также может быть самой разнообразной. Тем не менее, песок, применяемый для формовки при ЛГМ, как правило, имеет сильно сосредоточенную структуру. Поэтому данное допущение не выглядит совершенно неприемлемым. Тем не менее, было бы хорошо, если бы разрабатываемая модель позволяла работать с зернистыми массивами, имеющими заданное распределение по размерам.

2. Постоянство плотности. Даже в уравнениях динамики И. И. Кандаурова предполагается, что средняя плотность массива остается примерно постоянной, что по понятным причинам является неприемлемым для моделирования виброуплотнения. Конечно, несложно ввести в уравнения переменную плотность, однако весь вопрос состоит в том, по какому закону она будет меняться и от чего будет зависеть. Понятно, что плотность самих частиц в процессе виброуплотнения не меняется. Как уже было сказано выше, плотность определяется структурой песчаного массива, и изменение плотности под действием вибрации – это изменение структуры. В связи с этим особенно важным представляется следующее допущение.

3. Постоянство структуры. Одним из главных допущений механики зернистых сред И. И. Кандаурова является предположение, что среднее число контактов, приходящееся на одну частицу в массиве шаров одинакового размера равно четырем в двухмерной задаче и восьми – в трехмерной. Исходя из этого допущения выводится основное уравнение, описывающее распределение напряжений от точечной вертикальной силы на поверхности массива, из которого выводятся другие уравнения:

$$\sigma_z(x, z) = \frac{P}{z\sqrt{2\pi\nu}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\nu z^2}\right), \quad (1)$$

где x, z – горизонтальная и вертикальная координата соответственно;
 σ_z – вертикальные напряжения в массиве;
 P – сила, приложенная к массиву;
 ν – коэффициент распора.

Однако нас постоянство среднего числа контактов не устраивает, поскольку мы можем рассматривать среднее число контактов (а также дисперсию числа контактов) и пористость массива как два основных численных показателя его структуры. Первый из них определяет взаимное расположение частиц, второй – плотность массива. Однако если будет меняться среднее число контактов, значит будет меняться и вид уравнения (1) и, как следствие, все остальные уравнения для распределения напряжений в массиве.

4. Отсутствие разрывов. Уравнение динамики И. И. Кандаурова в общем случае выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \nu z \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где

$$f = \frac{1}{\nu z} \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right), \quad (3)$$

где w – перемещение среды вдоль оси z ;
 ρ – плотность среды.

Аналогичные уравнения записываются для двух других координат. По сути эти уравнения записаны для среды, не имеющей разрывов. В то время как мы знаем, что песок при некоторых режимах вибрации может терять связную структуру и распадаться на отдельные частицы.

Таким образом, первым этапом решения задачи по моделированию виброуплотнения должно быть «расширение» механики зернистых сред И. И. Кандаурова за счет преодоления указанных выше ограничений.

Рассмотрим для начала последнее допущение. От него можно избавиться путем модифицирования уравнений вида (2) и (3). Один из вариантов такого модифицирования является использование дифференциальных уравнений с разрывной правой частью [8]. В частности, поскольку основным условием разрыва среды является обнуление напряжения сжатия в зернистой среде (напряжения растяжения зернистая среда не воспринимает), для модификации уравнения можно использовать так называемую функцию Хевисайда $\theta(x)$, принимающую значение единицы при $x \geq 0$ и ноль – при $x < 0$. В этом случае уравнение (3) может быть модифицировано следующим образом:

$$f = \frac{1}{\nu z} \left(\frac{\partial(\theta(\sigma_z) \cdot \sigma_z)}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right). \quad (4)$$

Гораздо сложнее дело обстоит с допущениями 2 и 3. Понятно, что они увязаны друг с другом, так как связаны между собой пористость, определяющая плотность, и среднее число контактов, определяющее структуры. В литературе существуют экспериментальные данные, позволяющие проследить эту зависимость. Например, в работе [9] приведены результаты нескольких экспериментов для сред, состоящих из шаров одинакового размера с нерегулярной укладкой. На рис. 2 приведены эти результаты, а также построена регрессионная прямая.

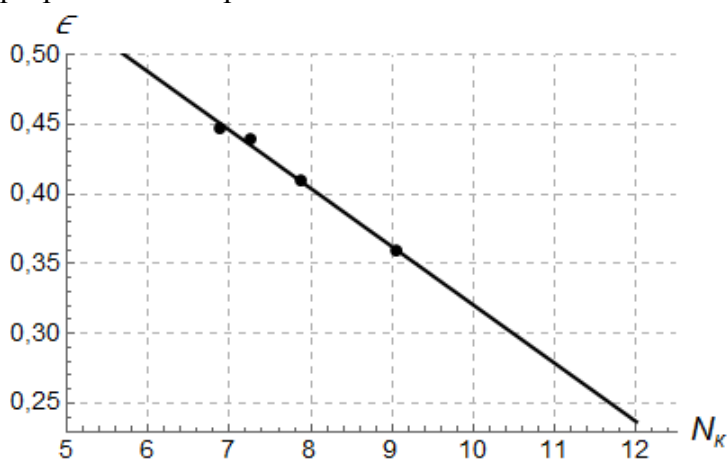


Рис. 2 – Зависимость между пористостью ϵ и средним числом контактов N_k

Из рис. 2 видно, что с уменьшением пористости (уплотнением) увеличивается среднее число контактов, что является ожидаемым результатом. Однако данная зависимость характерна для упаковки шаров одинакового размера, в то время как массив с логнормальным распределением по размерам может формировать другие зависимости. Очевидно, что преодоление третьего ограничения сводится к модификации уравнения (1) таким образом, чтобы оно зависело от среднего числа контактов. Механизмы подобной модификации должны опираться на тот способ получения формулы (1), который использовал сам И. И. Кандауров: построение вероятностной модели передачи нагрузки с вышележащих слоев на нижележащие.

С другой стороны, построение зависимостей среднего числа контактов от пористости для зернистого массива с конкретным гранулометрическим составом возможно осуществить на базе метода Монте-Карло путем формирования случайных массивов с заданной пористостью и «измерением» в них среднего числа контактов и их дисперсии с последующей статистической обработкой полученных данных. Таким образом возможно исключения из теории и первого допущения о равенстве размеров частиц.

Весь комплекс указанных мероприятий позволит построить расширенную механику зернистых сред, которая послужит теоретической основой для моделирования процессов воздействия вибрации на зернистые среды, в том числе процессов виброуплотнения песка при литье по газифицируемым моделям.

Список литературы:

1. Шуляк, В. С. Литье по газифицируемым моделям / В. С. Шуляк. – СПб.: НПО «Профессионал», 2007. – 408 с.
2. Членов В. А. Виброкипящий слой / В. А. Членов, Н. В. Михайлов. – М.: Наука, 1972. – 344 с.
3. Авдокушин В. П. Выбор оптимальных режимов виброуплотнения форм при литье по газифицируемым моделям / В. П. Авдокушин // Литейное производство. – 2001, № 4. – с. 38–40.
4. Карташев Н. Н. Исследование реологических свойств слоя сыпучих материалов в условиях вибрации / Н. Н. Карташев, В. А. Членов, Н. Б. Урьев // Закономерности процессов образования и разрушения дисперсных материалов. – Минск: Изд-во АН БССР, 1972. – с. 239–247.
5. Кандауров И. И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И. И. Кандауров. – Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1988. – 280 с.
6. Карпенко Д. Н. Анализ распределения напряжений в формовочном песке / Д. Н. Карпенко, В. И. Вербицкий // Литейщик России. – 2010, № 9. – с. 37–39.
7. Васильев В. А. Физико-химические основы литейного производства: Учебник / В. А. Васильев. – М.: Изд-во МГТУ, 1994. – 320 с.
8. Финогенко И. А. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / И. А. Финогенко. – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2013. – 82 с. – (Серия «Неклассические задачи динамики и управления»; вып. 1).
9. Аэров, М. Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем / М. Э. Аэров, О. М. Тодес. – Л.: Химия, 1968. – 512 с.